

# Universidad Nacional del Sur

## Examen Diagnóstico de Matemática - 09-12-2015 - Tema I

Apellido y nombres: . . . . . Nota: . . . . .

Carrera: . . . . . DNI: . . . . .

Indicar el aula donde rindió: .....

Indicar el número de hojas entregadas, sin contar la de los enunciados: .....

Firmar la última hoja.

**Atención:** Los resultados se publicarán en la página [www.matematica.uns.edu.ar](http://www.matematica.uns.edu.ar) el **miércoles 16 de diciembre**. La muestra de los exámenes se realizará el **jueves 17 de diciembre** a las **14:00** horas en las aulas 111 (ex 6A), 112 (ex 6B) y 113 (ex 6C).

1. Operar algebraicamente, factorizar y simplificar al máximo la siguiente expresión.

$$\frac{4x+8}{x^2-4} : \frac{x^2+x-6}{4x+12} - \frac{16}{-4+x^2} - \frac{62-x}{x+2} \cdot (x^2+4-4x)^{-1}.$$

2. Hallar el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{(x+3)^{-1} + (x-3)^{-1} - x^{-1}}$  y expresarlo utilizando la notación de intervalo.
3. Sea  $L_1$  la recta de ecuación  $4x + 3y - 12 = 0$  y sea  $A = (-2, -3)$ .
  - a) Hallar la ecuación de la recta  $L_2$  que es perpendicular a la recta  $L_1$  y pasa por el punto  $A$ .
  - b) Determinar **analíticamente** el punto de intersección de las rectas  $L_1$  y  $L_2$  y verificar gráficamente el resultado hallado.
  - c) Calcular la distancia entre el punto  $A$  y el punto de intersección de las rectas  $L_1$  y  $L_2$ .
4. Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales,  $a \neq 0$  y sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función cuadrática definida por  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .
  - a) Si los puntos  $A_1 = (-\frac{1}{2}, 0)$ ,  $A_2 = (\frac{1}{3}, 0)$  y  $B = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$  pertenecen al gráfico de  $f$ , hallar la forma factorizada de  $f$ . Indicar las intersecciones del gráfico de  $f$  con los ejes coordenados.
  - b) ¿Cuáles son los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ ?
  - c) Expresar a la función  $f$  en forma canónica. Indicar la imagen de esta función.
5. Sea  $P(x) = -5x^5 + 4x^4 + 26x^3 + 10x^2 + 31x + 6$ .
  - a) ¿Cuál es el resto de dividir el polinomio  $P(x)$  por  $Q_1(x) = x + \frac{1}{5}$ ?
  - b) Sabiendo que  $P(x)$  es divisible por el polinomio  $Q_2(x) = x^2 + 1$ , hallar todas las raíces reales de  $P(x)$ .
6. En el borde de un acantilado hay un faro de 17,5 metros de altura. Desde un barco se observa la base del faro con un ángulo de elevación de  $33^\circ$ . Si se observa la punta del faro, el ángulo aumenta  $12^\circ$ . Calcular la altura del acantilado.